

Contrastación empírica y teórica del coeficiente de Gini y curva de Lorenz a partir de comunidades asentadas en barrios de invasión*

Empirical and Theoretical Comparison of the Gini Coefficient and the Lorenz Curve Using Data from Squatter Settlements

Luis Hernando Restrepo Sierra 

Universidad Popular del Cesar,
Aguachica – Colombia, luisrestrepo@unicesar.edu.co

Genjis Alberto Ossa González 

Universidad Popular del Cesar,
Aguachica – Colombia, gossa@unicesar.edu.co

José Alfonso Flórez Mercado 

Universidad Popular del Cesar,
Aguachica – Colombia, joseflorez@unicesar.edu.co

Cómo citar / How to cite

Restrepo Sierra, L. H., Ossa González, G. A., y Flórez Mercado, J. A. (2024). Contrastación empírica y teórica del coeficiente de Gini y curva de Lorenz a partir de comunidades asentadas en barrios de invasión. *Revista CEA*, 10(22), e2721. <https://doi.org/10.22430/24223182.2721>

Recibido: 17 de mayo de 2023

Aceptado: 7 de octubre de 2023

Resumen

Objetivo: analizar la magnitud de la desigualdad en la distribución del ingreso en asentamientos ilegales en Aguachica (Cesar), a través de la utilización del coeficiente Gini y la curva de Lorenz.

Diseño/Metodología: se empleó una metodología cuantitativa con enfoque descriptivo analítico. Para la selección de la muestra, se utilizó un sistema de rastreo aleatorio simple. Se consideraron tanto los ingresos totales como los netos aportados al hogar como medidas de desigualdad.

* Este artículo se deriva de un proyecto de investigación titulado «*Diagnóstico de la población en situación de pobreza en los barrios Villa Country, Cordillera, Villa Paraguay y Oasis, en Aguachica, Cesar*». Dicho proyecto recibió respaldo y financiamiento de la Universidad Popular del Cesar a través de su convocatoria interna de semilleros de investigación, en colaboración con el Grupo de Investigación ECONFI, con sede en Aguachica, Colombia.



Resultados: los hallazgos del estudio revelaron una alta concentración del ingreso, donde el 50% de los habitantes reunía la totalidad de estos. Sin embargo, al considerar los aportes de los miembros del hogar que trabajaban o realizaban actividades económicas, se observó una distribución más equitativa. Al ajustar los valores negativos en la curva de Lorenz, se obtuvieron coeficientes de Gini de 0.59 para la distribución de ingresos y de 0.54 para los aportes de los miembros del hogar. Estos hallazgos indican una mayor desigualdad en comparación con el registro nacional.

Conclusiones: este estudio evidencia la existencia de desigualdades significativas en la distribución del ingreso en los asentamientos ilegales estudiados. Destaca, además, la importancia de abordar este problema para promover una distribución más equitativa de la riqueza.

Originalidad: este estudio representa una valiosa aportación al campo de la investigación sobre desigualdad en los asentamientos ilegales de Colombia. Los resultados amplían el conocimiento sobre la dinámica de la distribución del ingreso. Al considerar tanto los ingresos totales como los netos, y al ajustar los valores negativos en la curva de Lorenz, se proporciona una perspectiva más completa y precisa de la desigualdad en estos asentamientos.

Palabras clave: curva de Lorenz, coeficiente de Gini, asentamientos ilegales, lógica difusa, desigualdad.

Clasificación JEL: C40, I32, J15

Highlights

- El problema de la desigualdad y la pobreza se origina en el ámbito de estudio de la economía, que se centra en cómo satisfacer las necesidades de una población con recursos limitados.
- La medición del coeficiente de Gini y su aplicación a la población permite contrastar métodos determinísticos, basados en cálculo integral y diferencial, empleando estadística y econometría.
- La medición de la pobreza y la desigualdad es de importancia constante y perdurable, ya que establece el punto de partida para el diseño de políticas públicas y la elaboración de planes, programas y proyectos.
- Los asentamientos humanos originados por invasiones tienden a experimentar condiciones de desigualdad persistentes, incluso con el transcurso del tiempo.

Abstract

Purpose: To analyze the magnitude of the inequality in the distribution of income in squatter settlements in Aguachica (Cesar, Colombia) using the Gini coefficient and the Lorenz curve.

Design/Methodology: This study employed a quantitative methodology with a descriptive analytical approach. Simple random sampling was used. Total household income and contribution to household income were considered measures of inequality.

Findings: The findings revealed a high concentration of income there: 50% of the inhabitants concentrated all the income. However, if contributions by household members who work or carry out economic activities were taken into account, a more equitable distribution was observed. By adjusting the negative values in the Lorenz curve, two Gini coefficients were obtained: 0.59 for total household income and 0.54 for contribution to household income. These findings indicate greater inequality than in national records.

Conclusions: This study shows the existence of significant inequalities in the distribution of income in the informal settlements studied here. It also highlights the importance of addressing this problem to promote a more equitable distribution of wealth.

Originality: This paper represents a valuable contribution to the field of inequality research in informal settlements in Colombia. The results of this study expand our knowledge of the dynamics of income distribution. By considering both total and net income and adjusting for negative values on the Lorenz curve, we can present a more complete and accurate picture of inequality in these settlements.

Keywords: Lorenz curve, Gini coefficient, informal settlements, fuzzy logic, inequality.

JEL classification: C40, I32, J15

Highlights

- The problem of inequality and poverty was first studied in the field of economics, focusing on how to satisfy the needs of a population with limited resources.
- Measuring the Gini coefficient and applying it to an actual population enables us to compare deterministic methods, based on integral and differential calculus, using statistics and econometrics.
- Measuring poverty and inequality has been constantly important and will continue to be so because it establishes a starting point to design public policies and develop plans, programs, and projects.
- Squatter settlements tend to experience persistent conditions of inequality, even over time.

1. INTRODUCCIÓN

La satisfacción de las necesidades de una población, empleando los recursos que se tiene a su alcance es, para autores como Hernández Pérez (2016), O’Kean (2005) y Olivera Novelo (2015), una de las razones por la cual existe la economía como ciencia. Al evaluar la forma como dichas necesidades son solventadas, se originan múltiples discusiones sobre temas como la desigualdad y la pobreza; por ejemplo, para Lo Bue y Palmisano (2020) los métodos que determinan la pobreza en función del crecimiento económico solo se basan en la comparación de la pobreza antes y después del crecimiento, dejando por fuera factores que influyen en la pobreza individual, mientras que para investigadores como Sen (2000) y Rasnača y Bela (2015), la pobreza debe medirse desde un enfoque multidimensional.

La medición de la pobreza desempeña un papel crucial al evaluar el avance en la disminución de la pobreza y determinar la efectividad de las políticas y programas implementados. Además, resulta útil al identificar a los grupos más vulnerables dentro de la sociedad (Gutiérrez Flores, 2008; Van der Berg, 2014). La capacidad de comparar los niveles de pobreza en otras naciones y regiones también permite comprender las diferencias y los puntos en común entre ellos (Erlina et al., 2020), lo que a su vez permite identificar las estrategias más efectivas para erradicar la pobreza. Esta medición también proporciona información valiosa para la toma de decisiones en la formulación de políticas y programas dirigidos a combatir la pobreza (Santana Sornoza et al., 2023).

Mundialmente no se dispone aún de datos distributivos de manera generalizada sobre la pobreza respecto de 2021 y 2022 (Yonzan et al., 2022). Sin embargo, a finales de 2020 se tenía un registro de 719 millones de personas en situación de pobreza extrema. En términos de regiones, la pobreza es más común en África subsahariana y en Asia meridional. También hay niveles significativos de pobreza en América Latina y el Caribe, así como en algunos países de Europa del Este (Banco Mundial, 2022).

Según las cifras más recientes de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL, 2022, p. 55), alrededor del 32.3% de las personas en América Latina vive en la pobreza, con un 12.9% en la pobreza extrema. Aunque la pobreza ha disminuido en Colombia, sigue siendo un problema grave. La tasa de pobreza monetaria del país, al corte de 2021, era de 39.3%, la pobreza multidimensional era del 16% y el coeficiente de Gini de 0.523, según las medidas más recientes del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE, 2022; Bejarano Rojas, 2022, p. 11).

En Colombia, la pobreza es especialmente prevalente en áreas rurales (Van der Berg, 2014) y en departamentos como Chocó y La Guajira (DANE, 2022). Además, la pobreza tiene un fuerte impacto en los grupos más vulnerables de la sociedad, como las personas indígenas, afrodescendientes y los desplazados por el conflicto armado (Palacios y Mondragón, 2021). Aunque hay avances en la reducción de la pobreza, aún quedan desafíos importantes para abordar el problema de manera sostenible y equitativa. El presente documento se desarrolla con base en la siguiente estructura: en primer lugar, se proporciona un marco teórico que aborda el tema en cuestión; luego, se presenta la metodología utilizada, destacando el desarrollo metodológico para calcular el coeficiente y la curva de Lorenz; posteriormente, se exponen los resultados obtenidos; y, por último, se concluye el estudio.

2. MARCO TEÓRICO O REFERENCIAL

Es la pobreza, quizás, el fenómeno de mayor investigación dentro de las ciencias sociales. Se han desarrollado extensos trabajos de investigación sobre la definición, medición y análisis de la pobreza. El objetivo de esta literatura no es discutir los diferentes conceptos de pobreza, o profundizar, de manera minuciosa, la estructura matemática de los modelos de medición, sino, más bien, desarrollar un recuento sobre algunas fórmulas que permiten la medición e identificación de la pobreza, pues, para Sen (1976), la cuestión de comprender la pobreza y su evolución se puede dividir, principalmente, en dos aspectos fundamentales: la determinación de quiénes son considerados pobres y la creación de una medida agregada que recoja los datos de las personas en situación de pobreza para generar un indicador global de pobreza.

Por lo tanto, se cuentan con diferentes indicadores para medir la pobreza (Kilic y Sohnesen, 2019), siendo el primero de ellos el índice de pobreza monetaria. Este índice se define como el porcentaje de hogares que se encuentran por debajo de la línea de pobreza, lo cual implica que no poseen los recursos suficientes para cubrir el gasto en una canasta básica de bienes alimentarios y no alimentarios (Zapata Torres, 2019; León Mendoza, 2019). Dicha línea de pobreza puede ser establecida como se muestra en la Ecuación 1, de la siguiente manera:

$$L_p = CB * \phi^{-1} \quad (1)$$

Donde la línea de pobreza total L_p es el producto entre la canasta básica per cápita mensual por la inversa del coeficiente de Engel ϕ , el cual es la relación entre los gastos alimentarios y los gastos totales observados en la población de referencia (Boltvinik, 1995). En concordancia con los estudios realizados por Boltvinik y Damián (2001) y Barrientos-Marín y Arango-Sánchez (2019) se establece que un hogar se encuentra en situación de pobreza cuando su gasto per cápita es menor a la línea de pobreza[†], y se le clasifica como pobre extremo cuando su gasto per cápita es inferior a la línea de pobreza extrema (Katzman, 1989, p. 143).

El anterior indicador es quizá la antítesis de la medición multidimensional, pues medir la pobreza exige ciertos desafíos. De acuerdo con Chatterjee et al. (2014, p. 3), la mayoría de los enfoques clásicos para el análisis de la pobreza se basan en ingresos o gastos y dicotomiza a la población en pobres y no pobres por un valor umbral, llamado línea de pobreza. Se dibuja una línea de pobreza para dividir los valores de las variables en dos categorías: pobres y no pobres. Sea X una variable de este tipo, y x_p el valor de X para un hogar pobre exactamente. Consideremos dos hogares[‡], H_1 y H_2 , cuyos valores observados para X son, respectivamente, x_1 y x_2 . Ahora, si $x_1 = x_p$ y $x_2 = x_p + \mathcal{E}$, donde \mathcal{E} es un número real positivo muy pequeño, entonces H_1 es pobre, pero H_2 no es pobre. H_1 disfrutará de todos los subsidios del gobierno, mientras que H_2 no recibirá tales instalaciones.

Por lo anterior, la medición de la pobreza multidimensional tiene en cuenta múltiples dimensiones, no solo la dimensión monetaria. Este índice se basa en la idea de que la pobreza no se reduce a la falta de recursos económicos, sino que también abarca aspectos que incluyen la salud, educación, acceso a servicios básicos y servicios públicos, entre otros, para una medición más precisa de la pobreza (García Ocampo y Castellanos Sabogal, 2018). Los anteriores aspectos se combinan en un índice global de pobreza que permite comparar la situación de diferentes países o regiones.

Por su parte, Alkire y Foster (2007) proponen una metodología para la medición multidimensional de la pobreza en su artículo *Headcount and multidimensional measurement of poverty*, la cual está sustentada en el enfoque de capacidades de Amartya Sen (Leon Tamayo, 2017, p. 5). Este enfoque incorpora un método de identificación *pk* que determina «quién es pobre» al considerar el conjunto de privaciones que experimenta una persona, así como un método de agregación que genera medidas de pobreza M_α , las cuales son intuitivas y pueden descomponerse.

Para llevar a cabo la medición, se siguen varios procedimientos. Según la Multidimensional Poverty Peer Network (MPPN, 2013), se realiza, en primer lugar, una censura de la información de aquellas personas que no se encuentran en situación de pobreza. Luego se calcula el porcentaje de individuos en pobreza y se representa por un porcentaje multidimensional abreviado H . Seguido, se determina cuántas privaciones en promedio experimenta cada individuo empobrecido, o A . Para ello, se suman todas las privaciones ponderadas experimentado por todos los pobres y se divide por el número total de personas que viven en la pobreza. Al dividir H por A , se produce la primera medida M_0 . Si la información es cardinal, se multiplica HA por el nivel típico de privación en cada dimensión para

[†] Es necesario que la población de referencia tenga un nivel de gasto total per cápita mensual (GTPC) que se aproxime al valor de la canasta de consumo alimenticio, es decir, CB debe ser similar a GTPC.

[‡] El destino de H_1 y H_2 se distingue solo por el número \mathcal{E} que puede aparecer naturalmente como error de observación.

obtener M_1 . La anterior dimensión se multiplica por el cuadrado de la brecha para producir M_2 , que representa la desigualdad.

Dentro de las metodologías relevantes para el estudio de la pobreza en la literatura, se destaca el índice de pobreza Foster-Greer-Thorbecke (FGT), que fue presentado por Foster et al. (1984) en su estudio titulado *A Class of Decomposable Poverty Measure* (1984). Este índice ha demostrado tener buenas propiedades teóricas y ofrece un enfoque amplio y flexible para medir la pobreza y sus diversos aspectos (Fernández Morales y Martín Reyes, 1994, p. 206). Según Navarro Chávez y Chávez Carvajal (2001), la FGT se basa en la privación en el consumo privado, tomando como base un salario mínimo diario de toda la población y de la población económicamente activa, utilizando una línea de pobreza individual como referencia. En términos matemáticos, como se expresa en la Ecuación 2:

$$P(y, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left(\frac{g_i}{z} \right)^\varepsilon \quad (2)$$

Donde y es el vector en forma creciente de ingresos de los hogares, la variable z es la línea de pobreza, la brecha de ingresos i -ésima es $g_i = y - z$, la cantidad de hogares en situación de pobreza $q = q(y, z)$ que tienen un ingreso menor o igual que z y el número total de hogares es igual a $n = n(y)$. Ahora bien, para Sen (1976, p. 220) cualquier configuración de ingresos representada con ingresos no superiores a z es una suma ponderada normalizada de las brechas de ingresos g_i .

El parámetro ε es un valor que indica la sensibilidad del índice a la distribución entre las personas en situación de pobreza: cuanto mayor es el valor del parámetro, más sensible es el índice. Si el valor del parámetro es igual a la tasa de recuento de $\varepsilon = 0$, esto implica que representa el porcentaje de individuos que se encuentran en condiciones de pobreza monetaria. Esta es una medida de pobreza simple y ampliamente conocida. Sin embargo, Morduch (2005, p. 59) argumenta que esta tasa no refleja los cambios cuando una persona que es muy pobre se vuelve menos pobre, o cuando una persona pobre se empobrece aún más.

Cuando el valor es $\varepsilon = 2$, se indica una severidad de la pobreza alta, lo que implica que los déficits de las personas pobres son significativamente mayores y más amplios en relación con la línea de pobreza. Esto sugiere que hay una mayor necesidad de mejorar las condiciones de vida de las personas pobres en múltiples aspectos.

Por otro lado, cuando el valor es $\varepsilon = 1$, se refiere a la brecha de pobreza. Esto significa que se calcula el porcentaje promedio en el que los pobres deben aumentar sus ingresos para escapar de la situación de pobreza y alcanzar la línea de pobreza establecida. En otras palabras, indica la distancia relativa entre los ingresos actuales de los pobres y el umbral de pobreza, representando el esfuerzo necesario para superar la pobreza.

Cabe señalar que, idealmente, un índice de pobreza multidimensional debe ceñirse a ciertos axiomas, como la monotonidad y la transferencia, el primero de los cuales fue enunciado por Sen (1976, p. 219). Bedoya Ospina y Galvis Ciro (2015, p. 135) afirman que una disminución en los ingresos de una persona debería aumentar la medida de la pobreza, y la segunda, diciendo que una transferencia pura de ingresos de un hogar pobre a cualquier otro hogar más rico debería hacer lo mismo. A lo anterior, Foster et al. (1984) exponen en su artículo que la medida de pobreza P_ε satisface el axioma

de monotonicidad para $\varepsilon > 0$, el axioma de transferencia para $\varepsilon > 1$ y el axioma de sensibilidad de transferencia para $\varepsilon > 2$.

En concordancia con lo expuesto, diversos investigadores han realizado estudios implementando el índice FGT con el fin de estimar la pobreza y sus características; por ejemplo, Espinosa Trujillo et al. (2015) determinó en una colectividad rural de México el impacto que las ayudas económicas -y no económicas- proporcionadas por el Gobierno, tienen sobre la desigualdad y pobreza, mientras que Burgos Dávila y Cando Ortega (2016) aplicaron una metodología de pobreza multidimensional basada en el índice FGT con el objetivo de mejorar la comprensión de la evolución de los estados de bienestar de la población del Ecuador para el periodo 2008-2015.

El concepto de pobreza es difuso debido a la variedad de parámetros sociales cualitativos y cuantitativos que pueden variar en el tiempo y el espacio y, con ello, la estructura de la sociedad (Salamandra Giraldo y Rodríguez Trujillo, 2017). Por tal razón, la lógica difusa ofrece una herramienta valiosa para el estudio de la pobreza, ya que permite una representación más precisa y completa de la realidad mediante la utilización de grados de pertenencia en lugar de valores binarios para describir la relevancia de una proposición.

Así pues, la lógica difusa es introducida por Zadeh (1965), y se centra en la capacidad de fortalecer el razonamiento matemático para el tratamiento de información ambigua, como si un elemento fuera parte de un conjunto o no (Bedoya Ospina y Galvis Ciro, 2015, p. 5). El enfoque teórico del conjunto difuso se ha utilizado para medir la pobreza y clasificar la diferencia entre los hogares pobres y los no pobres (Chatterjee et al., 2014, p. 2). La metodología a la que se hace referencia es aquella que utiliza los conjuntos difusos en la matemática para generalizar y abordar de manera más adecuada fenómenos que se caracterizan por su imprecisión.

Este enfoque permite modelar y estudiar de manera más efectiva la pobreza multidimensional, ya que se reconoce ampliamente que este concepto es más complejo y abarca más aspectos que el enfoque tradicional basado únicamente en el ingreso unidimensional (Méndez, 2017, p. 1). Una forma simplificada de entender la lógica difusa es convirtiendo el lenguaje difuso en una función de pertenencia; es decir, tomar los términos (normalmente adjetivos) y asociarles una función de pertenencia adecuada. Por ejemplo, Caparrini (2019) expresa las funciones según la Ecuación 3:

$$\beta_{\alpha}(x) = x^{\alpha} \quad (3)$$

Donde los valores para el parámetro α se pueden definir como $\alpha(\text{muy}) = 2$; $\alpha(\text{extremadamente}) = 4$; $\alpha(\text{bajo}) = 0.5$, por tal motivo, si se quiere transformar el comportamiento de la función de pertenencia β «alto» para obtener «extremadamente alto», se tiene que (Ecuación 4):

$$f_{\text{muy alto}}(x) = h_{\text{muy}}(f_{\text{alto}}(x)) \quad (4)$$

Otras explicaciones, como las de Da Motta Jafelice et al. (2005), para la aplicación del estudio de la pobreza multidimensional en la lógica difusa puede expresarse como se muestra en la Ecuación 5:

$$S = \left\{ \frac{[\beta_S(x), x]}{x \in X} \right\} \quad (5)$$

Donde S es un conjunto que está determinado por una función del grado de pertenencia β que a cada elemento de $x \in U$ relaciona un número $\beta(x)$ entre 0 y 1, el cual es llamado grado de pertenencia de x a S . Este parámetro de permanencia, según Cheli y Lemmi (1995), es el grado de pobreza de ingresos y_j de cualquier individuo i es igual a la proporción de personas que están mejor que la persona en cuestión; obviamente, es igual a 1 para los más pobres, y a 0 para los más ricos de la población, dado que, por definición, la media del β , así definida, es siempre 0.5 (ver Ecuación 6). Es difícil comparar los resultados del análisis difuso con las tasas de pobreza convencionales.

$$\beta = (1 - f_i)^\alpha = \left[\frac{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_i}{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_1} \right]^\alpha \quad (6)$$

Sin embargo, y en relación con la titulación de este documento, Cheli y Betti (1999) y Betti y Verma (1999) reformularon esta ecuación con $(1 - L_{(M),i})$, el cual representa el valor de la curva de ingresos de Lorenz para el individuo i , como se puede ver en la Ecuación 7. En otras palabras, se refiere a la porción del ingreso total equivalente que es percibida por todos los individuos que no se encuentran en situación de pobreza, excluyendo así a la persona en consideración. Se puede esperar que $(1 - L_{(M),i})$ sea un indicador más sensible de las disparidades reales en el ingreso, en comparación con la función de distribución normalizada $(1 - f_i)$, que es simplemente la proporción de individuos menos pobres que la persona en cuestión.

$$\beta = (1 - L_{(M),i})^\alpha = \left[\frac{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_i}{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_1} \right]^\alpha \quad (7)$$

Esto se ilustra con los resultados expuestos en la Figura 2, donde las dos funciones de pertenencia (funciones 1.1 y 1.2) se comparan para un $\alpha = 1$ por medio del diagrama de Lorenz. Cabe señalar que mientras que la media de los valores $(1 - f_i)$ para un $\alpha = 1$ es $\frac{1}{2}$ por definición, la media de los valores $(1 - L_{(M),i})$ es igual a $(1 + G)/2$, donde G es el coeficiente de Gini de la distribución.

En un estudio reciente realizado por Betti et al. (2006), se presentó una nueva medida de pobreza que combina las dos medidas mencionadas anteriormente (ver Ecuación 8). Esta nueva medida toma en consideración, tanto la proporción de individuos que son menos pobres que la persona en cuestión, como la porción del ingreso total equivalente que es recibida por todos los individuos que no se encuentran en condición de pobreza, en relación con la persona en cuestión.

$$\beta = FM_i = (1 - F)^{\alpha-1} (1 - L) = \left[\frac{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_i}{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_1} \right]^{\alpha-1} \left[\frac{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_i}{\sum_{ij} w_{ij} | y_{ij} > y_1} \right] \quad (8)$$

Donde F es la función de distribución del ingreso y w_{ij} es el peso muestral de los individuos de rango y y $(1 - n)$ en la distribución ascendente del ingreso. El parámetro α puede elegirse de modo que la media de la función de permanencia es igual a la tasa de recuento oficial H , la cual está definida por $H = q/n$, donde q es la cantidad de individuos que tienen carencias inferiores a la línea de pobreza z en por lo menos k dimensiones, y n es la población total (Angulo Salazar et al., 2011), por tanto, la tasa convencional de recuento oficial H es igual al valor medio de H_i en la población, siendo

ponderado apropiadamente cada individuo i por el peso de la muestra (W_i) al estimarlo. La anterior es quizás la medida de pobreza más simple y más ampliamente utilizada.

$$E(FM) = \frac{\alpha + G_\alpha}{\alpha(\alpha + 1)} = H \quad (9)$$

La Ecuación 9 muestra que la media de la medida monetaria difusa se puede escribir en términos del índice de Gini generalizado G_α , que corresponde al coeficiente de Gini estándar cuando $\alpha = 1$ y se define en el caso continuo como se ve en la Ecuación 10:

$$G_\alpha = \alpha(\alpha + 1) \int_0^1 [(1 - F)^{(\alpha-1)}(F - L(F))]df \quad (10)$$

La medida de Gini generalizada pondera la distancia ($F - L(F)$) entre la línea de igualdad perfecta y la curva de Lorenz en función de la posición del individuo en la distribución del ingreso, otorgando más peso a su extremo más pobre, denominándose a este enfoque como diseño integrado difuso y relativo (Kakwani y Silber, 2008).

Haciendo hincapié en una definición que destaca la naturaleza de la pobreza como el estado o nivel de vida inaccesible para ciertas personas, se puede afirmar que esta es la esencia primordial del concepto de pobreza. Otro tema muy ligado dentro de los conceptos es la desigualdad entre individuos, es decir, el resultado de una distribución desigual entre quienes tienen algo y quienes están más o menos privados de él (Ponce, 2018, p. 13); por lo anterior, el coeficiente de Gini que se delimita matemáticamente como el área debajo de la línea de igualdad perfecta menos el área debajo de la curva de Lorenz, dividido por el área debajo de la línea de igualdad perfecta, puede entenderse también como el doble del área entre la curva de Lorenz y la línea de igualdad perfecta debido al hecho de que $a + b = 0.5$, dado que sus ejes de escala son 0 y 1 (Ramzai, 2020).

3. METODOLOGÍA

La población objeto de estudio estuvo representada por el total de viviendas que integran los siguientes barrios o localidades del municipio de Aguachica, Cesar, dispuestas en la Tabla 1:

Tabla 1. Barrios con asentamientos ilegales del municipio de Aguachica, Cesar
Table 1. Districts with informal settlements in the Municipality of Aguachica, Cesar

Barrio	Número de viviendas
Villa Country	350
Villa Paraguay	500
Cordilleras	350
Oasis Primera Etapa	70
Oasis Segunda Etapa	230
Total	1500

Fuente: elaboración propia a partir de datos del estudio de campo.

Es importante destacar que estos barrios son resultado de asentamientos informales o de ocupación ilegal. Esto significa que se establecen en propiedades públicas o privadas sin el permiso del titular y

los residentes habitan en viviendas con deficiencias estructurales y hacinamiento. Además, carecen de acceso a agua potable y presentan una falta o deficiencia en las instalaciones sanitarias (Vargas Casas y Mur Díaz, 2021, p. 28) y que, por tanto, es una zona de mayor vulnerabilidad socioeconómica.

A partir de estas poblaciones se aplicó un sistema de muestreo aleatorio simple, tal como lo especifica (Martínez Bencardino, 1998, p. 28) con el fin de hallar la estratificación por conglomerado, donde los estratos estuvieron representados por los barrios y los conglomerados por cuadras, las cuales fueron seleccionadas aleatoriamente y de estas se extrae un número promedio de viviendas estimado a partir del cociente resultante entre las viviendas de cada barrio y el número de cuadras identificadas a partir del mapa del barrio reportado por oficina de planeación municipal.

Estos datos fueron recolectados a partir de un instrumento tipo encuestas con preguntas abiertas y cerradas y contemplando cinco componentes representados por caracterización de los miembros, caracterización del empleo, distribución del ingreso, vivienda y hogar, con un total de veintitrés interrogantes, estructurados a partir de las preguntas del censo nacional realizado en 2018.

Según Medina (2001, p. 10) y Hesamfar et al. (2023), el coeficiente de Gini es una de las medidas más utilizadas como indicador de desigualdad en la distribución del ingreso porque no utiliza como parámetro el ingreso medio de la distribución. Esto corrige las deficiencias de las medidas de tendencia central y dispersión que no cumplen con el requisito de independencia de escala.

Al sumar las diferencias $\sum(P_i - Q_i)$, donde P_i es la proporción acumulada de hogares y Q_i es el porcentaje acumulativo de ingresos, se puede determinar el coeficiente de desigualdad de Gini según lo expuesto por (Medina, 2001). Este valor debe estandarizarse para caer dentro del rango [0.1]. Cuando se dispone de datos desglosados, una de las fórmulas que se utiliza para generar el índice de Gini se crea dividiendo la expresión por $\sum_{i=1}^{n-1} P_i$. A continuación, se muestra una representación de la ecuación pertinente (Ecuación 11).

$$CG = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} P_i} \quad (11)$$

De lo anterior se espera que el valor mínimo del índice sea cero, el cual se obtiene cuando $P_i = Q_i \forall i$, mientras que toma el valor 1 cuando $Q_1 = Q_2 = \dots Q_{n-1} = 0$, dado que para este caso el individuo n concentra todo el ingreso Q_n .

La curva de Lorenz, junto con la distribución de frecuencias y diagramas propuestos por Venn, así como la transformación logarítmica, integran las cuatro posibles alternativas para desarrollar el proceso de ordenamiento de datos para la elaboración de un diagrama para visualizar la distribución del ingreso en los análisis de desigualdad.

Para efectos del análisis del presente estudio se comparará la curva de Lorenz, la curva de Gini empírica y el contraste teórico a partir del ingreso absoluto del total de miembros del hogar y de los aportes de estos a la economía doméstica, por lo cual, su estimación teórica depende de la definición de una función polinómica, a partir de la regresión de la tendencia de la concentración de los ingresos y de los aportes del hogar, respectivamente. En este sentido, la definición de la tendencia de la curva de Lorenz obedece a una función de forma (Ver Ecuación 12).

$$y^* = ax^2 - bx + c \tag{12}$$

El proceso de estimación de la regresión polinomial, según lo propuesto por Chapra et al. (2011), se basa en una función que utiliza un polinomio de grado n . Esta función se representa en la Ecuación 1, donde se calcula la suma de los cuadrados de los residuos según se muestra en la Ecuación 2. Además, se obtiene la derivada de esta suma de cuadrados de residuos con respecto a cada uno de los coeficientes, como se indica en la Ecuación 3. A partir de esta derivada, se puede establecer un sistema de ecuaciones, como se ilustra en la Ecuación 4. Al resolver este sistema de ecuaciones lineales simultáneas, se determina un polinomio de grado $m + 1$ (Ver Ecuaciones 13, 14 y 15) (González Barajas, 2009, pp. 72-73).

$$Y^* = \alpha_0 + \alpha_1 X + \alpha_1 X^2 + \dots \dots \alpha_m X_i^m \tag{13}$$

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha_0 + \alpha_1 x_i - \alpha_2 x_i^2 - \dots \alpha_m x_i^m)^2 \tag{14}$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial \alpha_0} = -2 \sum (y_i - \alpha_0 - \alpha_1 x_i - \alpha_2 x_i^2 - \dots - \alpha_m x_i^m)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial \alpha_1} = -2 \sum x_i (y_i - \alpha_0 - \alpha_1 x_i - \alpha_2 x_i^2 - \dots - \alpha_m x_i^m)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial \alpha_2} = -2 \sum x_i^2 (y_i - \alpha_0 - \alpha_1 x_i - \alpha_2 x_i^2 - \dots - \alpha_m x_i^m)$$

. . .
. . .
. . .

$$\frac{\partial S_r}{\partial \alpha_m} = -2 \sum x_i^m (y_i - \alpha_0 - \alpha_1 x_i - \alpha_2 x_i^2 - \dots - \alpha_m x_i^m)$$

$$\alpha_0 n + \alpha_1 \sum x_i + \alpha_2 \sum x_i^2 + \dots \alpha_m \sum x_i^m = \sum y_i$$

$$\alpha_0 \sum x_i + \alpha_1 \sum x_i^2 + \alpha_2 \sum x_i^3 + \dots \alpha_m \sum x_i^{m+1} = \sum x_i y_i$$

$$\alpha_0 \sum x_i^2 + \alpha_1 \sum x_i^3 + \alpha_2 \sum x_i^4 \dots \alpha_m \sum x_i^{m+2} = \sum x_i^2 y_i$$

. . .
. . .
. . .

$$\alpha_0 \sum x_i^m + \alpha_1 \sum x_i^{m+1} + \alpha_2 \sum x_i^{m+2} + \dots \alpha_m \sum x_i^{2m} = \sum x_i^{2m} y_i \tag{15}$$

Lo anterior implica que la estimación del coeficiente de Gini se evalúe mediante la siguiente formula (Ecuación 16).

$$Gn = 2 \int_0^{1-\theta} (x) dx + 2 \int_{1-\theta}^1 (x - (ax^2 + bx)) dx \tag{16}$$

Donde $\theta < 1$ representa la distancia entre el ultimo porcentaje de concentración del ingreso que marca cero de acuerdo con la ecuación polinómica hasta 1, de esta manera se estiman las áreas parciales de 0 a $1 - \theta$ y de $1 - \theta$ a 1.

4. RESULTADOS

A partir de los resultados obtenidos de la agrupación de datos de los ingresos de una muestra de ciento cuatro familias, para los ingresos totales y los aportes al hogar se generaron los resultados que se pueden observar en la Figura 1 (Para ver la estimación de indicadores de desigualdad, ver Apéndice A), donde se presentan el comportamiento grafico empírico y teórico de la curva de Lorenz y Gini para establecer el contraste.

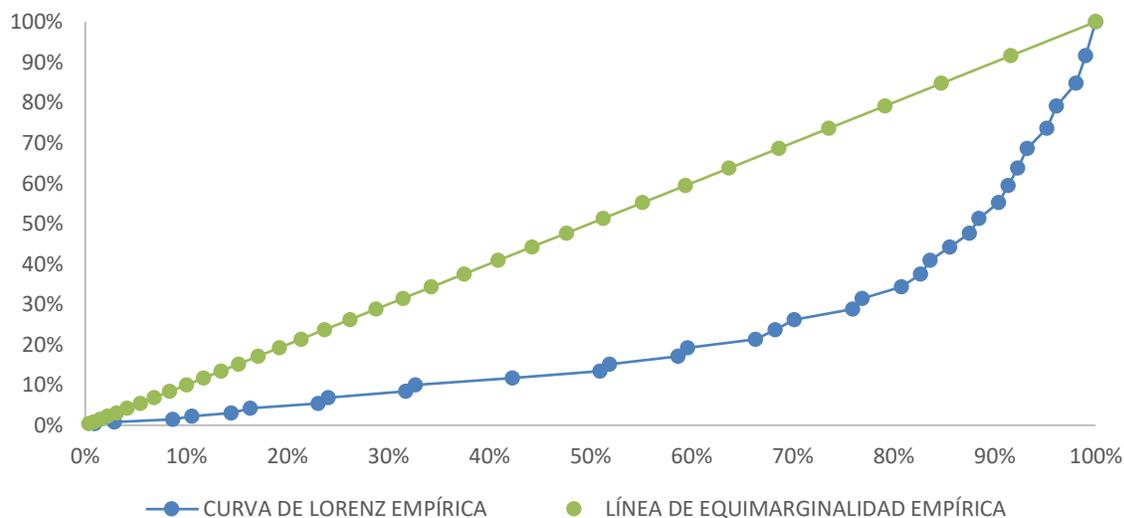


Figura 1. Comportamiento empírico de la curva de Lorenz y línea de equidistribución a partir de los ingresos totales

Figure 1. Empirical behavior of the Lorenz curve and the equidistribution line based on total household income

Fuente: elaboración propia a partir de datos obtenidos en el estudio de campo.

Aplicando la medición del coeficiente de Gini, se tiene la Ecuación 17:

$$CG = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} P_i} = \frac{10}{50} = 0.50 \quad (17)$$

El indicador muestra un nivel de concentración del ingreso del 0.5, implicando que el total de los ingresos se concentran en el 50% de los habitantes. El comportamiento de Lorenz, a partir de datos reales, ilustra la tendencia de concavidad hacia arriba, la cual genera una ecuación polinómica con un coeficiente de correlación ajustado del 0.9666, el cual le da un alto grado de aproximación al modelo en la predicción de tendencia, la cual se muestra en la Figura 2.

Source	SS	df	MS	Number of obs = 35		
Model	6.65538332	2	3.32769166	F(2, 33) =	507.95	
Residual	.216191532	33	.006551259	Prob > F =	0.0000	
Total	6.87157486	35	.19633071	R-squared =	0.9685	
				Adj R-squared =	0.9666	
				Root MSE =	.08094	

var5	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-.389353	.1071296	-3.63	0.001	-.6073097	-.1713963
sqr_var2	1.177878	.1252413	9.40	0.000	.9230724	1.432683

Figura 2. Resultados de modelo econométrico para función de curva de Lorenz para ingresos totales del hogar

Figure 2. Results of the econometric model for the Lorenz curve function of total household income

Fuente: elaboración propia a partir de datos del estudio en *software* econométrico Stata.

De acuerdo con el modelado se define, la ecuación de estimación, representado por un polinomio de grado 2, el cual se estima bajo los siguientes supuestos.

- La constante se aproxima a cero, esto es el intercepto, para garantizar que la curva de Lorenz tome como punto de corte inicial cero.
- Restricción de no negatividad, esto es que los datos generados por los modelos negativos se aproximan a cero para no afectar la tendencia de la función de la curva de Lorenz.
- Equivalencia en la correspondencia de la proporcionalidad; aquí, los datos de la función de la curva de Lorenz guardan proporcionalidad con los datos de la línea de equidad perfecta iniciando en 0 y finalizando en 1.

De esta manera, la función generada a partir de la estimación crea la siguiente función para la curva de Lorenz (Ecuación 18):

$$L(x) = Y_t^* = 1.177878X^2 - 0.389353X \quad (18)$$

A partir del grado de predicción establecido y los supuestos preliminares, se puede identificar la tendencia teórica de la Curva de Lorenz, la cual se representa como una curva cóncava hacia arriba, tal como se ilustra en la Figura 3.

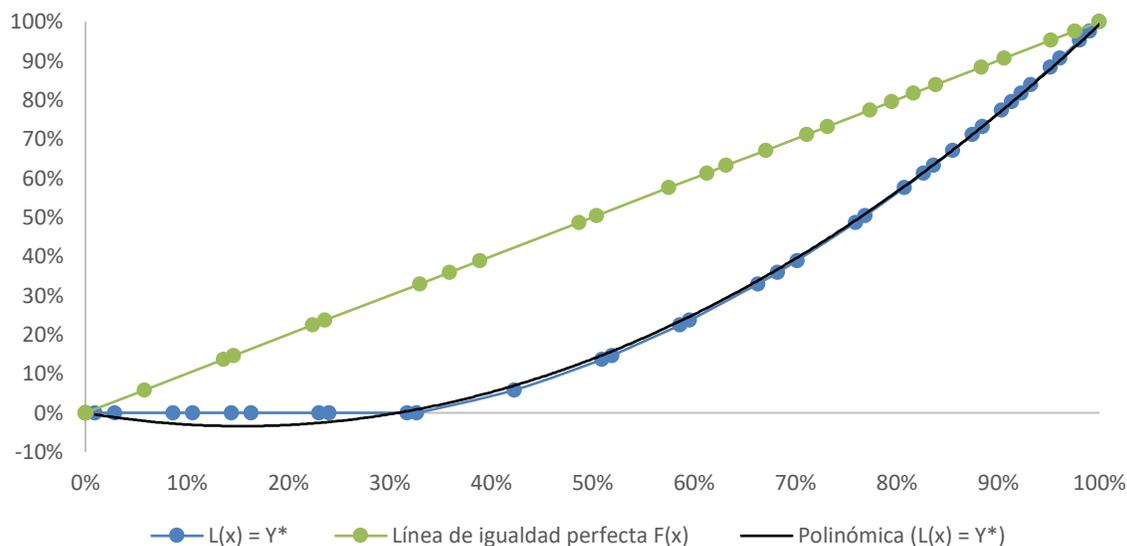


Figura 3. Comportamiento teórico de la curva de Lorenz y la línea de igualdad perfecta a partir de los datos de ingresos totales de los hogares

Figure 3. Theoretical behavior of the Lorenz curve and the line of perfect equality based on total household income data

Fuente: elaboración propia a partir de datos de pronóstico obtenidos en modelo generado a partir del *software* Stata.

Teniendo en cuenta la función de la curva de Lorenz, se estima el coeficiente de Gini empleando el cálculo integral a partir de la función $L(x)$ (Ver el desarrollo de la Ecuación 19) y partiendo de los supuestos enunciados, que implica el ajuste para el área con valores negativos identificados en la función polinómica, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 Gn &= 2 \int_0^{0.3} (x) dx + 2 \int_{0.3}^1 (x - (1.177878x^2 - 0.389353x)) dx & (19) \\
 Gn &= 2 \int_0^{0.3} (x) dx + 2 \int_0^1 (x - 1.177878x^2 + 0.389353x) dx \\
 Gn &= 2 \int_0^{0.3} (x) dx + 2 \int_0^1 (1.389353x - 1.177878x^2) dx \\
 Gn &= 2 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{0.3} + 2 \left[1.389353 \frac{x^2}{2} - 1.177878 \frac{x^3}{3} \right]_{0.3}^1 \\
 Gn &= 2 \left[\frac{0.3^2}{2} \right] + 2 \left[1.389353 \frac{1}{2} - 1.177878 \frac{1}{3} - \left(1.389353 \frac{0.3^2}{2} - 1.177878 \frac{0.3^3}{3} \right) \right] \\
 Gn &= 0.09 + 2(0.3020505 - 0.051919) \\
 Gn &= 0.09 + 2(0.2501315) \\
 Gn &= 0.59
 \end{aligned}$$

Estimación de Gini y curva de Lorenz a partir de los datos empíricos en relación con los aportes reales al hogar por parte de sus miembros

Una vez analizado el comportamiento de los datos del total de ingresos se establece el mismo análisis a partir de los aportes de los miembros de las familias a los gastos del hogar, siendo este último dato un estimado del ingreso que realmente incide en el bienestar de las familias a partir de la satisfacción directa de las necesidades del hogar. En el Apéndice B, se ilustran los resultados alcanzados a partir de los aportes de los miembros del hogar con los cuales se obtienen los datos para la estimación de la representación gráfica de la curva de Lorenz y línea de igualdad perfecta a partir de datos empíricos, los cuales se en la Figura 4.

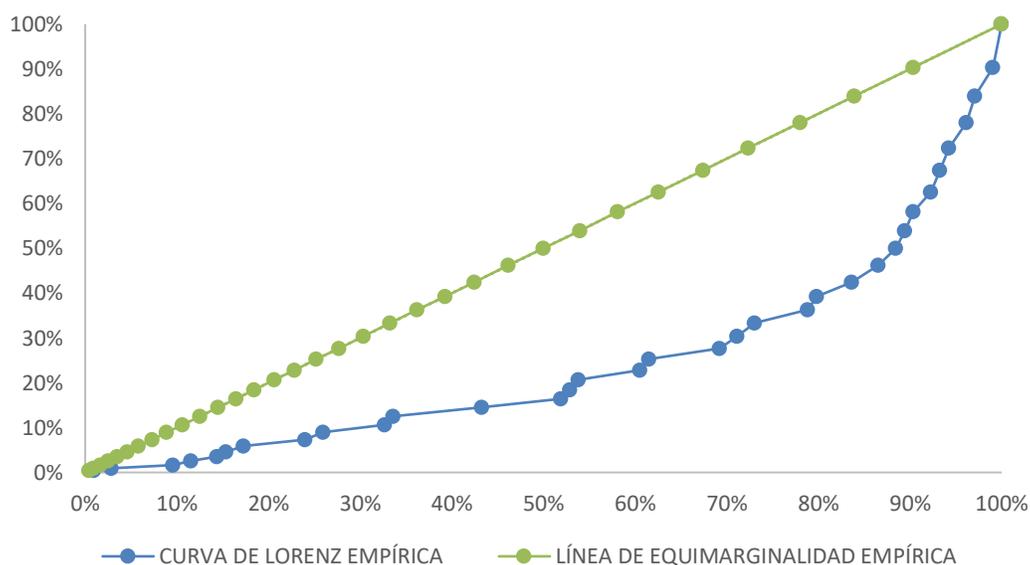


Figura 4. Comportamiento empírico de la curva de Lorenz y línea de equidistribución a partir de los aportes al hogar

Figure 4. Empirical behavior of the Lorenz curve and the equidistribution line based on contribution to household income

Fuente: elaboración propia a partir de datos obtenidos en el estudio de campo.

Aplicando la medición del coeficiente de Gini, se tiene que (Ecuación 20):

$$CG = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} P_i} = \frac{8}{19} = 0.45 \quad (20)$$

El estimador Gini, a partir de los aportes de los miembros del hogar que trabajan o desarrollan algún tipo de actividad económica que les permita hacer aportes a los gastos del hogar, muestra un grado de concentración menor en quinientos puntos básicos, respecto al de ingresos totales, indicando que los aportes al hogar se concentran en el 45% de la población analizada.

A partir de la tendencia que muestra la curva de Lorenz con base en los datos obtenidos de la población observada, se estableció la ecuación de estimación que marca la tendencia con un R

cuadrado ajustado del 0.9721, el cual es muy ajustado para la predicción, esto se puede verificar en el cuadro de la Figura 5.

Source	SS	df	MS			
Model	6.45501162	2	3.22750581	Number of obs =	34	
Residual	.174077781	32	.005439931	F(2, 32) =	593.30	
Total	6.6290894	34	.194973218	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9737	
				Adj R-squared =	0.9721	
				Root MSE =	.07376	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x	-.201878	.0952639	-2.12	0.042	-.3959243	-.0078317
x2	.9937687	.111878	8.88	0.000	.7658807	1.221657

Source	SS	df	MS			
Model	6.45501162	2	3.22750581	Number of obs =	34	
Residual	.174077781	32	.005439931	F(2, 32) =	593.30	
Total	6.6290894	34	.194973218	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9737	
				Adj R-squared =	0.9721	
				Root MSE =	.07376	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x	-.201878	.0952639	-2.12	0.042	-.3959243	-.0078317
x2	.9937687	.111878	8.88	0.000	.7658807	1.221657

Figura 5. Resultados de modelo econométrico para función de curva de Lorenz para aportes al hogar
 Figure 5. Results of the econometric model for the Lorenz curve function of contribution to household income
 Fuente: elaboración propia a partir de datos del estudio en *software* econométrico Stata.

La formalización matemática estaría dada como se muestra a continuación (Ecuación 21).

$$L(x) = Y_t^* = 0.9937687x^2 - 0.201878x \quad (21)$$

A partir de esta estimación se establece la representación gráfica (Ver Figura 6) de la curva de Lorenz y línea de equidistribución teórica para la distribución de los aportes del hogar.

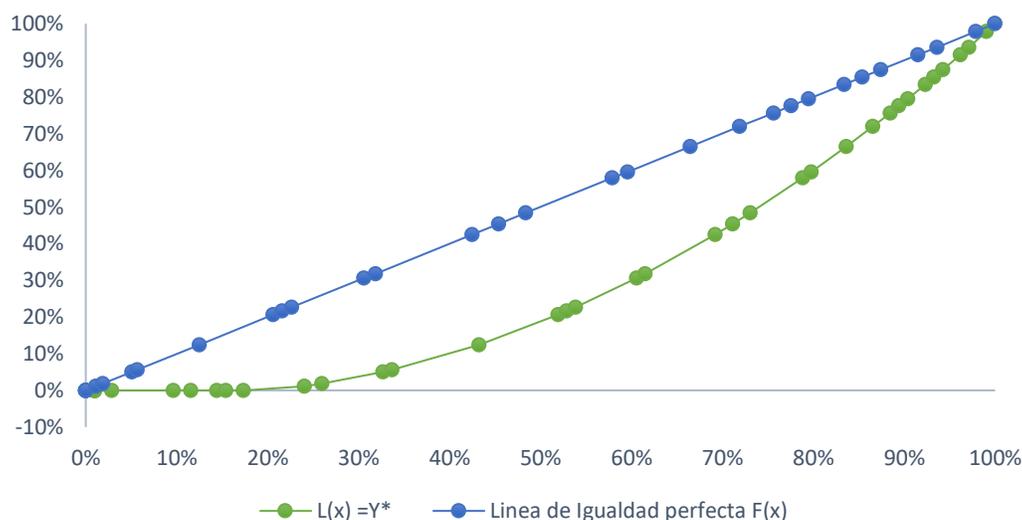


Figura 6. Comportamiento teórico de la curva de Lorenz y equidistribución a partir de los datos de ingresos totales de los hogares

Figure 6. Theoretical behavior of the Lorenz curve and the equidistribution line based on total household income data

Fuente: elaboración propia a partir de datos de pronóstico obtenidos en modelo generado a partir del *software* Stata.

Esta curva representa la tendencia generalizada de los datos reales ajustados a la regresión polinomial establecida, ajustando la tendencia cóncava de la curva de Lorenz. Al estimar el coeficiente de Gini empleando la metodología de la integral, se obtienen los siguientes resultados (Ver desarrollo de la Ecuación 22).

$$\begin{aligned}
 Gn &= 2 \int_0^{0.17} (x) dx + 2 \int_{0.17}^1 (x - (0.9937687x^2 - 0.201878x)) dx & (22) \\
 Gn &= 2 \int_0^{0.17} (x) dx + 2 \int_{0.17}^1 (x - 0.9937687x^2 + 0.201878x) dx \\
 Gn &= 2 \int_0^{0.17} (x) dx + 2 \int_{0.17}^1 (1.201878x - 0.9937687x^2) dx \\
 Gn &= 2 \left(\frac{0.17^2}{2} \right) + 2 \left[1.201878 \frac{x^2}{2} - 0.9937687 \frac{x^3}{3} \right]_{0.17}^1 \\
 Gn &= 0.0289 + 2 \left[1.201878 \frac{x^2}{2} - 0.9937687 \frac{x^3}{3} \right]_{0.17}^1 \\
 Gn &= 0.0289 + \left[1.201878 \frac{1^2}{2} - 0.9937687 \frac{1^3}{3} - \left(1.201878 \frac{0.17^2}{2} - 0.9937687 \frac{0.17^3}{3} \right) \right] \\
 Gn &= 0.0289 + 2[0.2696827 - 0.015739] \\
 Gn &= 0.0289 + 2(0.2539437) \\
 Gn &= 0.54
 \end{aligned}$$

La estimación teórica del coeficiente de Gini difiere en novecientos puntos básicos con respecto al valor calculado a partir de los datos de los aportes de los hogares analizados. Un resumen de los datos estadísticos procesados se encuentra disponible en el Apéndice C.

5. DISCUSIÓN

Esta investigación ha realizado un análisis exhaustivo del indicador Gini para examinar la distribución del ingreso a partir de la muestra de estudio. Los resultados revelan un nivel de concentración del ingreso del 0.5, lo que implica que el 50% de los habitantes concentra la totalidad de los ingresos. Este hallazgo pone de manifiesto la existencia de desigualdades significativas en la distribución del ingreso, lo cual indica que una proporción considerable de la población tiene un acceso limitado a los recursos económicos.

Además, al analizar el estimador Gini basado en los aportes de los miembros del hogar que trabajan o realizan actividades económicas, se observa un grado de concentración menor en quinientos puntos básicos en comparación con los ingresos totales. Esto sugiere que los aportes al hogar están distribuidos de manera más equitativa en esta población específica, lo que podría indicar una mayor participación económica y mayor contribución de diferentes miembros del hogar en la generación de ingresos.

Sin embargo, es importante destacar que al realizar el ajuste de los valores negativos en la función de Lorenz y calcular el coeficiente de Gini utilizando la curva de Lorenz ajustada, se obtiene un nuevo coeficiente de Gini del 0.59 para la distribución de ingresos y del 0.54 para los aportes de los miembros del hogar que trabajan o realizan actividades económicas. Esto indica una mayor desigualdad en comparación con los coeficientes de Gini anteriores, lo cual resalta aún más la brecha existente en la distribución de ingresos.

Estos hallazgos respaldan firmemente la presencia de desigualdades significativas en la distribución del ingreso, lo cual destaca la importancia de abordar estos problemas y buscar una distribución más equitativa de la riqueza. Es crucial implementar medidas para promover la igualdad de oportunidades y mejorar la calidad de vida de todos los individuos.

Se hace necesario resaltar que las estimaciones, a partir de los datos empíricos en relación con la estimación teórica, tienden a presentar una diferencia de 0.09 puntos de concentración para los dos escenarios de medición. Esto evidencia que esta última genera un indicador más elevado. Asimismo, se observa que, al estimar la diferencia entre los ingresos totales y los aportes realmente realizados al hogar, este último genera un indicador que muestra una menor concentración de los ingresos en comparación con el estimado, utilizando todos los ingresos reportados por los miembros del hogar. Este aspecto lleva a inferir que, en hogares con ingresos altos, algunos miembros tienden a direccionar sus gastos hacia beneficios individuales.

Al contrastar nuestros resultados con los datos oficiales de la CEPAL (2022) para Colombia, que indican un índice de Gini de 0.528, se puede concluir que los hallazgos aquí evidenciados inicialmente concuerdan con las estimaciones proporcionadas por esta fuente reconocida y confiable. Esto respalda la validez y confiabilidad de los resultados. Sin embargo, al realizar el ajuste, se puede

observar una brecha aún mayor en estos barrios, producto de invasiones en comparación con el nivel nacional. No obstante, de acuerdo con el DANE (2022b), se observa que, en 2021, en las cabeceras municipales el coeficiente de Gini fue de 0.510, mientras que en los centros poblados y zonas rurales dispersas fue de 0.455. Estos contrastes revelan niveles de desigualdad inferiores a los registrados en este documento.

Por otro lado, al comparar el índice de Gini aquí planteado con el promedio regional de 0.460 reportado por la CEPAL (2022) para América Latina, se observa una diferencia significativa. Esta brecha resalta la situación preocupante en términos de desigualdad económica en el país en relación con el resto de la región. Es evidente la necesidad de abordar de manera urgente y efectiva la desigualdad económica para promover un desarrollo equitativo y sostenible en Colombia.

6. CONCLUSIONES

El enfoque de medición de la desigualdad, basado en los ingresos destinados a los gastos del hogar, se revela como un indicador más preciso del bienestar de los hogares. Estos ingresos desempeñan un papel crucial en la satisfacción de las necesidades familiares y en la mejora de la calidad de vida, lo que resalta la importancia de abordar la desigualdad en la distribución de estos recursos.

Aunque se observan variaciones en la situación económica de la población estudiada, en general, se evidencia un escenario similar en términos de bienestar. Esto sugiere que la población del caso de estudio se encuentra en un proceso de transición y se asienta en barrios resultado de invasiones, donde las condiciones socioeconómicas son similares en gran medida.

Se identifican casos de familias que han logrado alcanzar niveles significativos de ingresos, lo cual indica una movilidad ascendente en términos económicos. Sin embargo, también se observan condiciones de pobreza extrema, lo que subraya la persistencia de desafíos en la erradicación de la pobreza y la necesidad de implementar políticas que aborden esta problemática.

La distribución de los ingresos presenta una asimetría positiva, lo que indica una mayor concentración de familias con ingresos bajos. Esta tendencia está en línea con el indicador de desigualdad estimado y resalta la importancia de abordar la pobreza y promover la movilidad económica en este contexto específico.

De igual forma, se observa una variación significativa entre los datos empíricos medidos directamente y la modelación empírica generada a través de la estandarización de los datos. Estas diferencias subrayan la complejidad de comprender la pobreza y su dinámica, así como la necesidad de utilizar enfoques rigurosos y fiables para su estimación.

CONFLICTOS DE INTERÉS

Declaramos que, como autores, no existen conflictos de interés financieros, profesionales o personales que puedan influir de manera inapropiada en los resultados obtenidos o en las interpretaciones propuestas.

CONTRIBUCIÓN DE AUTORES

Para el desarrollo de este proyecto, todos los autores han realizado una contribución significativa, especificada a continuación:

Luis Hernando Restrepo Sierra: Diseño del estudio, análisis y procesamiento de datos.

Genjis Alberto Ossa González: Introducción, revisión de literatura, conclusiones y redacción del manuscrito.

José Alfonso Flórez Mercado: Supervisión de la investigación, conceptualización, discusión y diseño de gráficos.

REFERENCIAS

Alkire, S., y Foster, J. (2007). Recuento y medición multidimensional de la pobreza. *Documento de Trabajo. Oxford Poverty & Human Development Initiative*.

Angulo Salazar, R. C., Díaz Cuervo, Y., y Pardo Pinzón, R. (2011). Índice de Pobreza Multidimensional para Colombia (IPM-Colombia) 1997-2010. Archivos de Economía, 382. <https://colaboracion.dnp.gov.co/cdt/estudios%20economicos/382.pdf>

Banco Mundial. (2022, octubre 5). *Se frenan los avances mundiales en la reducción de la pobreza extrema*. <https://www.bancomundial.org/es/news/press-release/2022/10/05/global-progress-in-reducing-extreme-poverty-grinds-to-a-halt>

Barrientos-Marín, J., y Arango-Sánchez, E. (2019). La curva de Engel de los hogares en Medellín, Colombia 2012-2015. *Apuntes de Cenes*, 38(68), 185–212. <https://doi.org/https://doi.org/10.19053/01203053.v38.n68.2019.8479>

Bedoya Ospina, J. G., y Galvis Ciro, J. C. (2015). Una aplicación de la teoría fuzzy al análisis de la pobreza en Antioquia. *Ensayos de economía*, 25(47), 127-150.

Bejarano Rojas, J. A. (2022). *Retos económicos, sociales y fiscales derivados de la pandemia en Colombia*. https://www.cepal.org/sites/default/files/presentations/sesion01_06_bejarano_jesus.pdf

Betti, G., y Verma V. (27-31 de agosto de 1999). Measuring the degree of poverty in a dynamic and comparative context: A multi-dimensional approach using fuzzy set theory. En *Proceedings ICCS-VI, 11*, 289–301, Lahore, Pakistan.

Betti, G., Cheli, B., Lemmi, A., y Verma, V. (2006). Multidimensional and longitudinal poverty: an integrated fuzzy approach. En A. Lemmi, G. Betti (eds) *Fuzzy set approach to multidimensional poverty measurement* (pp. 115-137). Springer.

- Boltvinik, J. (1995). La evolución de la pobreza en México entre 1984 y 1992, según CEPALINEGI. *Sociológica México*, 10(29), 11-40.
- Boltvinik, J., y Damián, A. (2001). La pobreza ignorada. Evolución y características. *Papeles de Población*, 7(29), 21-53. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=11202903>
- Burgos Dávila, S. B., y Cando Ortega, F. C. (2016). Pobreza multidimensional: índice de Alkire y Foster para Ecuador. *Economía*, 41(42), 10-52.
- Caparrini, F. S. (2019). *Introducción a la Lógica Difusa*. <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=97>
- Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., y Benites, G. E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill.
- Chatterjee, A., Mukherjee, S., y Kar, S. (2014). Poverty level of households: A multidimensional approach based on fuzzy mathematics. *Fuzzy Information and Engineering*, 6(4), 463-487. <https://doi.org/10.1016/j.fiae.2015.01.005>
- Cheli, B., y Betti G. (1999). Fuzzy Analysis of Poverty Dynamics on an Italian Pseudo Panel, 1985–1994. *Metron*, 57, 85-105.
- Cheli, B., y Lemmi, A. (1995). A totally fuzzy and relative approach to the multidimensional analysis of poverty. *Economic notes*, 24(1), 115-134.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe. (2022). *Panorama Social de América Latina y el Caribe 2022: la transformación de la educación como base para el desarrollo sostenible*.
- Da Motta Jafelice, R. S., Carvalho de Barros, L., y Bassanezi, R. C. (2005). *Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações*. SBMAC.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2022). *Pobreza y desigualdad. Pobreza multidimensional*. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/pobreza-y-condiciones-de-vida/pobreza-multidimensional>
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2022b). *Pobreza monetaria – Comunicado de prensa*. https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/condiciones_vida/pobreza/2021/Comunicado-pobreza-monetaria_2021.pdf
- Erlina, E., Maksum, A., Kesuma, S. I., Muda, I., y Erwin, K. (2020). Regional Development Planning in North Sumatera: The Effect of Conflict of Interest. *International Journal of Innovation, Creativity and Change*, 11(1), 666-685. https://www.researchgate.net/publication/351276786_Regional_Development_Planning_in_North_Sumatera_The_Effect_of_Conflict_of_Interest

- Espinosa Trujillo, M. A., Reyes de la Cruz, V. G., Torres Sombra, J., y Pérez Vera, F. C. (2015). Programas sociales como alternativa para generar la redistribución del ingreso: un estudio de caso. *Estudios Sociales*, 23(46), 272–288. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-45572015000200011&lng=es&tlng=es
- Fernández Morales, A., y Martín Reyes, G. (1994). Algunas consideraciones sobre los índices de pobreza de Foster, Greer y Thorbecke. *Estadística española*, 36(136), 205-228.
- Foster, J., Greer, J., y Thorbecke, E. (1984). A class of decomposable poverty measures. *Econometrica*, 52(3), 761-766. <https://doi.org/10.2307/1913475>
- García Ocampo, T. L., y Castellanos Sabogal, Y. T. (2018). Tributación y pobreza en Colombia: un análisis desde la evolución del impuesto de renta y el índice de pobreza monetaria. *Revista Activos*, 16(30).
- González Barajas, J. E. (2009). Método de regresión polinomial aplicado a la estimación de la señal de referencia de un sistema de filtrado adaptativo por cancelación para el tratamiento del desplazamiento de la línea de base del electrocardiograma. *INGE@ UAN-Tendencias en la Ingeniería*, 1(1). <https://revistas.uan.edu.co/index.php/ingean/article/view/419>
- Gutiérrez Flores, L. (2008). Apertura económica, distribución del ingreso y evolución regional de la pobreza en México. *Revista Perspectivas Sociales*, 10(2), 81-112.
- Hernández Pérez, A. (2016). *Economía*. Digital UNID.
- Hesamfar, F., Ketabchi, H., y Ebadi, T. (2023). Multi-dimensional management framework on fresh groundwater lens of Kish Island in the Persian Gulf, Iran. *Journal of Environmental Management*, 347, 119032. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2023.119032>
- Kakwani, N., y Silber, J. (Eds.). (2008). *Quantitative approaches to multidimensional poverty measurement*. Springer.
- Kaztman, R. (1989). La heterogeneidad de la pobreza: el caso de Montevideo. *Revista de la CEPAL*, 1989(37), 141-152. <https://doi.org/10.18356/357650b6-es>
- Kilic, T., y Sohnesen, T. P. (2019). Same question but different answer: experimental evidence on questionnaire design's impact on poverty measured by proxies. *Review of Income and Wealth*, 65(1), 144-165. <https://doi.org/10.1111/roiw.12343>
- León Mendoza, J. C. (2019). Capital humano y pobreza regional en Perú. *Región y sociedad*, 31, e1058. <https://doi.org/10.22198/rys2019/31/1058>
- Leon Tamayo, D. F. (2017). Alkire and Foster methodology in the measurement of Multidimensional Poverty: The Colombian case. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2999546

- Lo Bue, M. C., y Palmisano, F. (2020). La incidencia del crecimiento en la pobreza individual. *Boletín de Economía y Estadística de Oxford*, 82(6), 1295-1321. <https://doi.org/10.1111/obes.12362>
- Martínez Bencardino, C. (1998). *Estadística y Muestreo*. McGraw Hill.
- Medina, F. (2001). *Consideraciones sobre el índice de Gini para medir la concentración del ingreso*. Comisión Económica para América Latina.
- Méndez, A. M. (2017). Matemática difusa y complejos cúbicos. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 24(2), 201-225.
- Morduch, J. (2005). Concepts of poverty. *Handbook on poverty statistics: Concepts, methods and policy use* (pp. 23-50).
- Multidimensional Poverty Peer Network. (2013). *Cómo aplicar el método Alkire Foster*. <https://www.mppn.org/es/pobreza-multidimensional/como-se-calcula/>
- Navarro Chávez, J. C. L., y Chávez Carvajal, J. (2001). El Índice de pobreza Foster Greer Thorbecke (FGT): una aplicación para Michoacán y sus municipios, 1980-2000. *Economía y Sociedad*, 6(10), 23-48.
- O'Kean, J. M. (2005). *Economía*. Mc Graw-Hill.
- Olivera Novelo, J. (2015). *Fundamentos de Economía*. Digital UNID.
- Palacios, Y. P., y Mondragón, S. (2021). Precariedad laboral en población afrodescendiente e indígena agravada por el conflicto armado en Colombia. *Revista de Ciencias Sociales*, 27(2), 338-351.
- Ponce, M. G. (2018). Medición de pobreza multidimensional de la iniciativa en pobreza y desarrollo humano. *Revista de Ciencias Sociales*, 24(4), 98-113.
- Ramzai, J. (2020). Clearly Explained: Gini coefficient and Lorenz curve. *Medium*. <https://towardsdatascience.com/clearly-explained-gini-coefficient-and-lorenz-curve-fe6f5dcdc07>
- Rasnača, L., y Bela, B. (2015). Social dimension of the measurement for regional development. *Research for Rural Development*, 5, 133-138. https://llu.lv/conference/Research-for-Rural-Development/2015/LatviaResearchRuralDevel21st_volume2-133-138.pdf
- Salamandra Giraldo, A., y Rodríguez Trujillo, M. P. (2017). *La pobreza en el centro de Bogotá: análisis de las localidades de Los Mártires, Candelaria y Santa Fe en 2014*. [Trabajo de pregrado, Universidad de la Salle]. <https://ciencia.lasalle.edu.co/economia/2>

- Santana Sornoza, J. W., Álava Rosado, D. F., Vera Loor, R. Y., y Toapanta Benavides, N. O. (2023). Indicadores socioeconómicos de la Playita del Coaque–Ecuador, en el marco del Observatorio Económico de Manpanor. *Revista de Ciencias Sociales (RCS)*, 29(especial 8), 437-449. <https://doi.org/10.31876/rcs.v29i.40964>
- Sen, A. (1976). Poverty: an ordinal approach to measurement. *Econometrica*, 44(2), 219-231. <https://doi.org/10.2307/1912718>
- Sen, A. (2000). El desarrollo como libertad. *Gaceta Ecológica*, (55), 14-20. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=53905501>
- Van der Berg, S. (2014). Inequality, poverty and prospects for redistribution. *Development Southern Africa*, 31(2), 197-218. <https://doi.org/10.1080/0376835X.2013.871196>
- Vargas Casas, M. N., y Mur Díaz, J. T. (2021). *Asentamientos informales, una problemática socioespacial: caso de estudio municipio de Apulo Cundinamarca* [Tesis Doctoral, Universidad Piloto de Colombia]. <http://repository.unipiloto.edu.co/handle/20.500.12277/10452>
- Yonzan, N., Mahler, D. G., y Lakner, C. (2022). *En la década de 2020, empeora la tendencia de la pobreza mundial*. <https://blogs.worldbank.org/es/opendata/en-la-decada-de-2020-empeora-la-tendencia-de-la-pobreza-mundial>
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- Zapata Torres, A. F. (2019). *Deforestation during the implementation of peace accord in Colombia: a panel data analysis (2005-2018)* [Tesis de maestría, International Institute of Social Studies]. <http://hdl.handle.net/2105/51291>

Apéndice A. Cuadro de estimación de indicadores de desigualdad a partir del total de los ingresos

Appendix A. Estimation of inequality indicators based on total household income

Grupos	Numero de familia	Y_i	% Familias	P_i	% Y_i	% Q_i	$Y_i = Q_i$	$P_i - Q_i$
1	1	180 000	1%	1%	0%	0%	0%	1%
2	2	200 000	2%	3%	0%	1%	1%	2%
3	6	300 000	6%	9%	1%	1%	1%	7%
4	2	350 000	2%	11%	1%	2%	2%	8%
5	4	400 000	4%	14%	1%	3%	3%	11%
6	2	500 000	2%	16%	1%	4%	4%	12%
7	7	600 000	7%	23%	1%	5%	5%	18%
8	1	650 000	1%	24%	1%	7%	7%	17%
9	8	700 000	8%	32%	2%	8%	8%	23%
10	1	780 000	1%	33%	2%	10%	10%	23%
11	10	781 242	10%	42%	2%	12%	12%	31%
12	9	800 000	9%	51%	2%	13%	13%	38%
13	1	810 000	1%	52%	2%	15%	15%	37%
14	7	900 000	7%	59%	2%	17%	17%	42%
15	1	970 000	1%	60%	2%	19%	19%	40%
16	7	1 000 000	7%	66%	2%	21%	21%	45%
17	2	1 081 242	2%	68%	2%	24%	24%	45%
18	2	1.181 242	2%	70%	3%	26%	26%	44%
19	6	1 200.000	6%	76%	3%	29%	29%	47%
20	1	1 231 242	1%	77%	3%	31%	31%	45%
21	4	1 300 000	4%	81%	3%	34%	34%	47%
22	2	1 500 000	2%	83%	3%	37%	37%	45%
23	1	1 562 242	1%	84%	3%	41%	41%	43%
24	2	1 562 484	2%	86%	3%	44%	44%	41%
25	2	1 600 000	2%	88%	3%	48%	48%	40%
26	1	1 681 242	1%	88%	4%	51%	51%	37%
27	2	1 800 000	2%	90%	4%	55%	55%	35%
28	1	1 981 242	1%	91%	4%	59%	59%	32%
29	1	2 000 000	1%	92%	4%	64%	64%	29%
30	1	2 281 424	1%	93%	5%	69%	69%	25%
31	2	2 300 000	2%	95%	5%	74%	74%	22%
32	1	2 581 242	1%	96%	6%	79%	79%	17%
33	2	2 600 000	2%	98%	6%	85%	85%	13%
34	1	3 181 242	1%	99%	7%	92%	92%	7%
35	1	3 906 210	1%	100%	8%	100%	100%	0%
TOTAL	104	46 452 296	100%		100%			968%
PROMEDIO		2 580 683						

Fuente: elaboración propia a partir de los resultados del estudio de campo.

Apéndice B. Cuadro de estimación de indicadores de desigualdad a partir del de los aportes del hogar

Appendix B. Estimation of inequality indicators based on contribution to household income

Grupos	Numero de familia	Y_i	% Familias	P_i	% Y_i	% Q_i	$Y_i = Q_i$	$P_i - Q_i$
1	1	180 000	1%	1%	0%	0%	0%	1%
2	2	200 000	2%	3%	0%	1%	1%	2%
3	7	300 000	7%	10%	1%	2%	2%	8%
4	2	350 000	2%	12%	1%	3%	3%	9%
5	3	400 000	3%	14%	1%	4%	4%	11%
6	1	440 000	1%	15%	1%	5%	5%	11%
7	2	500 000	2%	17%	1%	6%	6%	11%
8	7	600 000	7%	24%	1%	7%	7%	17%
9	2	650 000	2%	26%	2%	9%	9%	17%
10	7	700 000	7%	33%	2%	11%	11%	22%
11	1	780 000	1%	34%	2%	13%	13%	21%
12	10	781 242	10%	43%	2%	14%	14%	29%
13	9	800 000	9%	52%	2%	16%	16%	35%
14	1	810 000	1%	53%	2%	18%	18%	34%
15	1	881 242	1%	54%	2%	21%	21%	33%
16	7	900 000	7%	61%	2%	23%	23%	38%
17	1	970 000	1%	62%	2%	25%	25%	36%
18	8	1 000 000	8%	69%	2%	28%	28%	42%
19	2	1 081 242	2%	71%	3%	30%	30%	41%
20	2	1 181 242	2%	73%	3%	33%	33%	40%
21	6	1 200 000	6%	79%	3%	36%	36%	43%
22	1	1 231 242	1%	80%	3%	39%	39%	41%
23	4	1 300 000	4%	84%	3%	42%	42%	41%
24	3	1 500 000	3%	87%	4%	46%	46%	40%
25	2	1 562 484	2%	88%	4%	50%	50%	38%
26	1	1 600 000	1%	89%	4%	54%	54%	35%
27	1	1 681 242	1%	90%	4%	58%	58%	32%
28	2	1 800 000	2%	92%	4%	63%	63%	30%
29	1	1 981 242	1%	93%	5%	67%	67%	26%
30	1	2 000 000	1%	94%	5%	72%	72%	22%
31	2	2 300 000	2%	96%	6%	78%	78%	18%
32	1	2 400 000	1%	97%	6%	84%	84%	13%
33	2	2 600 000	2%	99%	6%	90%	90%	9%
34	1	3 906 210	1%	100%	10%	100%	100%	0%
TOTAL	104	40 567 388	100%		100%			845%
PROMEDIO		1 029 408						

Fuente: elaboración propia a partir de los resultados del estudio de campo.

Apéndice C. Resumen estadístico de la distribución de los ingresos y aportes al hogar de las familias analizadas

Appendix C. Statistical summary of the distribution of income and contribution to household income in the families analyzed in this study

Estadísticos	Ingresos	Aportes
Mínimo	180 000	180 000
Máximo	3 906 210	3 906 210
Media	1 029 408	980 034
Mediana	800 000	800 000
Moda	781 242	781 242
Desviación	646 111	592 598
Curtosis	4.21	5.66

Fuente: elaboración propia a partir de los resultados del estudio de campo.